全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+ 年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

导学案

高中数学

必修第一册 RJB

数智教辅

索取二维码
贴此处
激活享受服务

AI时代就该用AI学习
遇到问题快扫我

江西美术出版社
全国百佳图书出版单位

CONTENTS 目录 导学案

01 第一章 集合与常用逻辑用语

PART ONE

02 第二章 等式与不等式

PART TWO

03 第三章 函数

PART THREE

第一章　集合与常用逻辑用语

讲课智能体

1.1　集合

1.1.1　集合及其表示方法

第 1 课时　集合的概念及几种常见的数集

【学习目标】

1. 正确了解集合的含义，会判断哪些研究对象能组成集合哪些不能组成集合；
2. 理解元素与集合的属于关系，了解空集的含义；
3. 能正确判断两集合是否相等，并熟记常见数集的符号表示.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　集合、元素的相关概念及元素的特征

1. 集合与元素的概念

	定义	符号表示
集合	把一些能够______、______对象汇集在一起，就说由这些对象组成一个集合	用英文大写字母______，…表示
元素	组成集合的______都是这个集合的元素	用英文小写字母______，…表示

2. 元素与集合的关系

(1)如果 a 是集合 A 的元素，就记作______，读作“a______A”.

(2)如果 a 不是集合 A 的元素，就记作______，读作“a______A”.

(3)一般地，我们把______的集合称为空集，记作$\varnothing$.

3. 集合中元素的特点：______、______、无序性.

4. 集合的相等：给定两个集合 A 和 B，如果组成它们的元素______，就称这两个集合相等，记作 $A=B$.

5. 集合的分类

根据它含有的元素个数分为两类：含有有限个元素的集合称为______，含有无限个元素的集合称为______. 空集是______.

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)平面上到点 O 的距离等于 1 的点能够组成一个集合，每一个点都是这个集合中的一个元素.　(　　)

(2)人教 B 版必修第一册课本上所有的难题能够组成一个集合.　(　　)

(3)集合中的每个元素在集合中都只出现一次.　(　　)

(4)书包中有语文、数学等 9 本不同的书，若将这些书整理后再放回书包中，设这些书整理前组成集合 A，整理后组成集合 B，由于这些书的顺序发生改变，所以 $A\neq B$.　(　　)

2. 由空集的定义可得，0______$\varnothing$.(填“$\in$”或“$\notin$”)

3. 下列集合中，哪些是有限集？哪些是无限集？

(1)方程 $\frac{1}{x}=0$ 的所有实数解组成的集合；

(2)使式子 $x+1>0$ 成立的所有自然数组成的集合.

◆ 知识点二　常用数集及其记法

名称	______	______	______	______	______
记法	$\mathbf{N}$	$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$	$\mathbf{Z}$	$\mathbf{Q}$	$\mathbf{R}$

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)方程 $x-1=0$ 的解是集合 $\mathbf{Z}$ 中的元素.　(　　)

(2)集合 $\mathbf{Q}$ 中含有元素 π.　(　　)

(3)$0\notin\mathbf{N}$.　(　　)

(4)方程 $x^2-3=0$ 在 $\mathbf{Q}$ 中无解.　(　　)

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　集合的概念

例 1　(1)[2025·黑龙江绥化高一期中] 下列选项中能组成集合的是　(　　)

A. 某班视力较好的同学

B. 某小区长寿的人

C. π 的近似值

D. 方程 $x^2=1$ 的实数根

(2)(多选题)下列选项中能组成集合的是　(　　)

A. 中国各地最美的乡村

B. 单词 look 的所有字母

C. 参加第二十四届冬季奥林匹克运动会的各国运动员

D. 小于 10 的自然数

[素养小结]

确定性、互异性、无序性是判断一组对象能否构成集合的标准.如果这组对象是“确定无疑”的,并且是互不相同的,无论以何种顺序排列都可以构成集合.

◆ 探究点二　元素与集合的关系

[探索] 某中学 2026 级高一年级 20 个班组成集合 A,高一(2)班所有学生组成集合 B.

(1)高一(2)班、高二(8)班是集合 A 中的元素吗?

(2)高一(4)班的学生是集合 B 中的元素吗?

例 2　设集合 D 是由满足 $y=x^2$ 的有序实数对 (x,y) 组成的,则 -1 ______ D,$(-1,1)$ ______ D,$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$ ______ D.(填“∈”或“∉”)

变式　(1)已知 2,3,4 是集合 A 中的元素,2,4,6 是集合 B 中的元素,若 $x\in A$ 且 $x\notin B$,则 $x=$　(　　)

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 6

(2)由所有能被 3 整除的数组成的集合为 M,则下列数中一定是集合 M 的元素的是________.

①能被 2 整除的数;

②能被 6 整除的数;

③能被 -3 整除的数;

④能被 5 整除的数.

[素养小结]

判断元素与集合关系的方法:

当集合中的元素直接给出时,首先明确集合是由哪些元素构成的,然后判断该元素在已知集合中是否出现.

◆ 探究点三　集合中元素的特点

[探索] 某中学 2026 级高一年级 20 个班组成集合 A,若 $a\in A$,$b\in A$,则元素 a,b 有什么关系?为什么?

例 3　(1)已知集合 A 中含有两个元素 $a+1$,a^2+4a-9,若 $-4\in A$,则实数 a 的值为　(　　)

A. -5　　B. 1

C. 5 或 -1　　D. -5 或 1

(2)已知集合 S 中含有三个元素 $2,a,b$,集合 P 中含有三个元素 $2a,2,b^2$,且 S 中的元素均为 P 中的元素.若 a,b 均是整数,则 $a=$________,$b=$________.

变式　已知集合 A 是由 $0,m,m^2-3m+2$ 三个元素构成的集合,且 $2\in A$,则实数 m 的值为________.

[素养小结]

利用集合中元素的特点求参数的注意事项:

(1)根据集合中元素的确定性,可以解出参数的所有可能取值,再根据集合中元素的互异性对参数进行检验;

(2)利用集合中元素的特点解题时,要注意分类讨论思想的应用.

◆ 探究点四　常用数集及其记法

例 4 (1)下列关系中正确的个数为　　　　(　　)

①$\sqrt{2}\in\mathbf{Q}$;②$-1\notin\mathbf{N}$;③$\pi\notin\mathbf{R}$;④$|-4|\in\mathbf{Z}$;

⑤$\pm\sqrt{25}\in\mathbf{N}$;⑥若 a 是无理数,则 $a^2\in\mathbf{Q}$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

(2)(多选题)下列说法正确的有　　　　(　　)

A. $\mathbf{N}$ 与 $\mathbf{N}^*$ 是同一个集合

B. $\mathbf{N}$ 中的元素都是 $\mathbf{Z}$ 中的元素

C. $\mathbf{Q}$ 中的元素都是 $\mathbf{Z}$ 中的元素

D. $\mathbf{Q}$ 中的元素都是 $\mathbf{R}$ 中的元素

课堂评价

知识评价　素养形成

1. 下列说法正确的是　　　　(　　)

A. 某个村子里的高个子组成一个集合

B. 所有小的正数组成一个集合

C. 集合 A 中有 3 个元素 a,b,c,集合 B 中有三个元素 b,c,a,则集合 A 与集合 B 表示同一个集合

D. $1,0.5,\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{6}{4},\sqrt{\frac{1}{4}}$这六个数能组成一个集合

2. 已知集合 M 是由不小于 $2\sqrt{5}$ 的数组成的集合,$a=\sqrt{15}$,则下列关系中正确的是　　　　(　　)

A. $a\in M$　　B. $a\notin M$

C. $a=M$　　D. $a<M$

3. [2025·江苏镇江高一期中]下列关系中正确的是　　　　(　　)

A. $-2\in\mathbf{N}_+$　　B. $\pi\notin\mathbf{Q}$

C. $0\notin\mathbf{N}$　　D. $\frac{3}{2}\in\mathbf{Z}$

4. 设集合 A 中有两个元素 $-1,a^2-2a+5$,若 $4\in A$,则 $a=$　　　　(　　)

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 3

5. 由实数 $x,-x,|x|,\sqrt{x^2}$ 及 $-\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合中,最多含有________个元素.

第 2 课时　集合的表示

【学习目标】

能用符号语言刻画集合,能正确使用区间符号表示某些集合.

课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　集合的表示法

1. 列举法:把集合中的元素____________出来(相邻元素之间用逗号分隔),并写在大括号内,以此来表示集合的方法称为列举法.

2. 描述法:一般地,如果属于集合 A 的任意一个元素 x 都具有性质 $p(x)$,而不属于集合 A 的元素都不具有这个性质,则性质 $p(x)$ 称为集合 A 的一个特征性质.此时,集合 A 可以用它的特征性质 $p(x)$ 表示为________________,这种表示集合的方法,称为特征性质描述法,简称为描述法.

集合$\{x|p(x)\}$中所有在另一个集合 I 中的元素组成的集合,可以表示为____________________.

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)方程$(x-1)(x+2)=0$的实数根组成的集合可以写作$\{-2,1\}$或$\{1,-2\}$或$\{x|(x-1)(x+2)=0\}$.　　　　(　　)

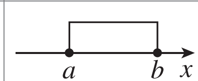
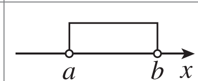
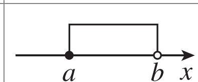
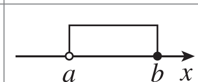
(2)由直线 $y=2x+4$ 上的横坐标和纵坐标都是自然数的点组成的集合为$\{x,y|y=2x+4,x\in\mathbf{N}\}$.　(　　)

(3)集合$\{(1,2)\}$中的元素是 1 和 2.　　　　(　　)

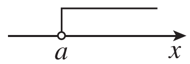
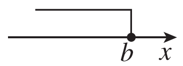
(4)集合 $A=\{x|x+1=0\}$与集合 $B=\{-1\}$表示同一个集合.　　　　(　　)

◆ 知识点二　区间及其表示

1. 已知 a,b 是两个实数,且 $a<b$.

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x\|a\leqslant x\leqslant b\}$	闭区间	________	
________	开区间	(a,b)	
$\{x\|a\leqslant x<b\}$	半开半闭区间	________	
________	半开半闭区间	$(a,b]$	

2. 如果用“$+\infty$”表示“正无穷大”，用“$-\infty$”表示“负无穷大”，则实数集 $\mathbf{R}$ 可表示为区间__________.

定义	区间	数轴表示
$\{x\mid x\geqslant a\}$	______	
______	$(a,+\infty)$	
______	$(-\infty,b]$	
$\{x\mid x<b\}$	______	

【诊断分析】(1)在集合$\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$中，当 $a=b$ 时，集合为$\{a\}$，那么在区间$[a,b]$中，a,b 是否可以相等？

(2)空集能否用区间表示？

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　列举法表示集合

例 1　用列举法表示下列集合，并指出是有限集还是无限集.

(1)方程组$\begin{cases}2x-3y=14,\\3x+2y=8\end{cases}$的解集；

(2)集合$\{x\in\mathbf{N}^*\mid x-1<2x+1<7\}$；

(3)被 3 除余 2 的正整数组成的集合；

(4)$\mathbf{N}^*$.

例 2 [2026·云南昭通高一期中] 已知集合 $M=\{-2,0,1\}$，$N=\{xy\mid x\in M,y\in M\}$，则集合 $N=$　　(　　)

A. $\{0,1,4\}$　　B. $\{-4,-2,0,1\}$

C. $\{-2,0,1,4\}$　　D. $\{-4,-2,0,1,4\}$

[素养小结]

列举法表示集合的步骤及注意事项：

(1)列举法表示集合要分清元素的属性，即元素是数、是点还是图形，若是点，则要用坐标表示，元素与元素之间用“,”隔开.

(2)列元素时要做到不重复、不遗漏.

(3)元素个数较少的有限集或元素间存在明显规律的无限集可用列举法表示.但具有一定规律的无限集，如$\{1,2,3,4,\cdots\}$，就要考虑元素间的规律性，不能写成$\{2,1,4,3,\cdots\}$.列举法在表示无限集时若用到字母，则需要在集合后注明字母范围.

◆ 探究点二　用描述法表示集合

例 3　用描述法表示下列集合，并指出是有限集还是无限集.

(1)二次函数 $y=x^2+2x-10$ 的图象上所有的点组成的集合；

(2)满足不等式 $5x+2>3x-4$ 的实数 x 组成的集合；

(3)平面直角坐标系中第四象限内的点组成的集合；

(4)所有正偶数组成的集合.

例 4 [2026·江西九江高一期中] 已知集合 $A=\{x|1<x<k, x\in\mathbf{N}\}$，若集合 A 中恰有 5 个元素，则 ( )

A. $6<k<7$　　B. $6\leqslant k<7$

C. $6<k\leqslant 7$　　D. $6\leqslant k\leqslant 7$

[素养小结]

描述法表示集合的步骤及注意事项：

(1)确定集合中元素的特征.

(2)给出其满足的性质.

(3)根据描述法的形式写出其满足的集合.

(4)用描述法表示集合时，要注意表示形式的规范，在通常情况下，集合中竖线左侧元素的所属范围为实数集时可以省略不写. 例如，方程 $x^2+2x=0$ 的实数解组成的集合可表示为 $\{x\in\mathbf{R}|x^2+2x=0\}$，也可写成 $\{x|x^2+2x=0\}$.

◆ 探究点三　用区间表示集合

例 5 用区间表示下列集合：

(1) $\{x|x\geqslant 3\}$；(2) $\{x|-1<x\leqslant 2\}$；(3) $\{x|x<5\}$.

变式 (1)已知区间 $[a, 2a+1]$，则 a 的取值范围是________.

(2)用区间表示 $\{x|x\geqslant 0$ 且 $x\neq 2\}$ 为____________.

(3)使 $\dfrac{1}{\sqrt{5-x}}$ 有意义的 x 的取值范围为________(用区间表示).

[素养小结]

解决区间问题应注意的五点：

(1)区间的左端点 a 必须小于右端点 b，有时我们将 $b-a$ 称为区间长度. 对于只有一个元素的集合，我们仍然用集合来表示，如当 $a=b$ 时，用 $\{a\}$ 表示.

(2)注意开区间 (a,b) 与点 (a,b) 在具体情景中的区别.

(3)用数轴来表示区间时，要特别注意实心点与空心点的区别.

(4)对于一个不等式的所有解组成的集合，我们既可以用集合形式来表示，也可以用区间形式来表示.

(5)要注意区间表示实数集的几条原则：数集是连续的、左小、右大、开或闭不能混淆、用“$+\infty$”或“$-\infty$”作为区间端点时要用开区间符号.

课堂评价

知识评价　素养形成

1. 集合 $\{x|0\leqslant x<2\}$ 可用区间表示为 ( )

A. $(0,2)$　　B. $(0,2]$

C. $[0,2)$　　D. $[0,2]$

2. 集合 $\{(x,y)|y=2x-1\}$ 表示 ( )

A. 方程 $y=2x-1$

B. 点 (x,y)

C. 平面直角坐标系中所有点组成的集合

D. 函数 $y=2x-1$ 的图象上所有点组成的集合

3. 已知集合 $A=\left\{x\in\mathbf{N}^*\ \middle|\ \dfrac{6}{3-x}\in\mathbf{N}^*\right\}$，则用列举法表示 A 为 ( )

A. $\{3,6\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-2,-1,0,1,2\}$

4. 直角坐标平面中除去两点 $A(1,1)$，$B(2,-2)$ 可用集合表示为 ( )

A. $\{(x,y)|x\neq 1, y\neq 1, x\neq 2, y\neq -2\}$

B. $\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}x\neq 1,\\ y\neq 1\end{cases}\text{或}\begin{cases}x\neq 2,\\ y\neq -2\end{cases}\right\}$

C. $\{(x,y)|[(x-1)^2+(y-1)^2][(x-2)^2+(y+2)^2]\neq 0\}$

D. $\{(x,y)|[(x-1)^2+(y-1)^2]+[(x-2)^2+(y+2)^2]\neq 0\}$

5. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2-3x+2=0\}$，其中 a 为常数，且 $a\in\mathbf{R}$.

(1)若 A 是空集，求实数 a 的取值范围；

(2)若 A 中只有一个元素，求 a 的值；

(3)若 A 中至多只有一个元素，求实数 a 的取值范围.

1.1.2　集合的基本关系

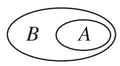
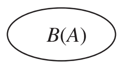
【学习目标】

1. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集；
2. 能用维恩图表达集合的基本关系.

课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　子集与真子集

类别	文字语言	图形语言	符号表示、读法
子集	如果集合 A 的________元素都是集合 B 的元素，那么集合______称为集合______的子集，两个集合有______关系		符号表示：______（或______）. 读作：A______B（或 B______A）
对应地，如果 A 不是 B 的子集，则记作 $A\not\subseteq B$（或 $B\not\supseteq A$），读作“__________”（或“__________”）			
真子集	如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中________元素不属于 A，那么集合 A 称为集合 B 的真子集		符号表示：______（或______）. 读作：A______B（或 B______A）

任意集合 A 都是它自身的________，即 $A\subseteq A$.

空集是任意一个集合的________.

【诊断分析】1. 判断正误.（请在括号中打“√”或“×”）

(1)$0\subseteq\{x\mid x<5,x\in\mathbf{R}\}$.　（　　）

(2)任何一个集合的子集至少有两个.　（　　）

(3)设 A 是一个集合，则 $A\subsetneqq A$.　（　　）

(4)若集合 A 中有 3 个元素，则集合 A 共有 7 个真子集.　（　　）

2. 下列关系中正确的是__________.（填序号）

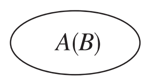
①$\varnothing=0$；②$\varnothing=\{0\}$；③$\varnothing=\{\varnothing\}$；④$\varnothing\in\{\varnothing\}$；⑤$0\in\{0\}$；⑥$\varnothing\subseteq\{0\}$；⑦$\varnothing\subsetneqq\{\varnothing\}$.

3. (1)正整数集 $\mathbf{N}^*$ 与自然数集 $\mathbf{N}$ 之间是什么关系？自然数集 $\mathbf{N}$ 与有理数集 $\mathbf{Q}$ 之间是什么关系？

(2)若高一(3)班有男生也有女生，集合 $A=\{x\mid x$ 是全体高一(3)班学生$\}$，$B=\{x\mid x$ 是高一(3)班的男生$\}$，$C=\{x\mid x$ 是高一(3)班的女生$\}$，集合 B，C 与集合 A 是什么关系？

◆ 知识点二　集合的相等与子集的关系

1. 性质：如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则 $A=B$；反之，如果 $A=B$，则 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$.
2. 维恩图：如图所示.



课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　集合间关系的判断

例 1 (1)已知集合 $A=\{x\mid x<-2$ 或 $x>0\}$，$B=\{x\mid 0<x<1\}$，则　（　　）

A. $A>B$　　B. $A\subsetneqq B$

C. $B\subsetneqq A$　　D. $A<B$

(2)(多选题)[2026·广东江门高一阶段练习]下列关系表示正确的是　（　　）

A. $\{0\}\in\{0,1,2\}$　　B. $\{0,1,2\}\subseteq\{2,1,0\}$

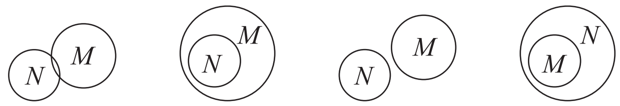
C. $\varnothing\subseteq\{0,1,2\}$　　D. $\{0,1\}=\{(0,1)\}$

变式 (1)已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid |x|<3\}$，$B=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$，则以下说法正确的是　（　　）

A. $\{0\}\in A$　　B. $2\notin B$

C. $A\subseteq B$　　D. $B=A$

(2)下列能正确表示集合 $M=\{x \mid x^2+3x=0\}$，$N=\{-3,0,3\}$关系的维恩图是（　）



A　　　B　　　C　　　D

[素养小结]

判断集合间关系的方法：

(1)用定义判断：

①对任意 $x\in A$，都有 $x\in B$，则 $A\subseteq B$；

②当 $A\subseteq B$ 时，存在 $x\in B$ 且 $x\notin A$，则 $A\subsetneqq B$；

③若既有 $A\subseteq B$，又有 $B\subseteq A$，则 $A=B$.

(2)数形结合判断：

利用数轴或维恩图进行判断，对于不等式表示的数集，可在数轴上表示出集合，直观地进行判断，但要注意端点值的取舍.

◆ 探究点二　集合的子集与真子集

例2 (1)设集合 $A=\{0,2,3,4\}$，列举出集合 A 的所有子集.

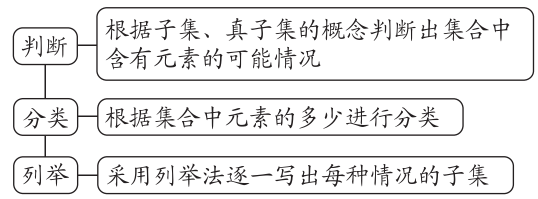
(2)写出集合 $B=\{0,2,3\}$，$C=\{0,2\}$，$D=\{0\}$的子集个数，并讨论“元素个数”与“子集个数”之间的关系.

变式 (1)写出满足$\{1,2\}\subseteq A\subseteq\{1,2,3,4,5\}$的所有的集合 A.

(2)满足$\{1,2\}\subsetneqq A\subsetneqq\{1,2,3,4,5\}$的集合 A 有多少个？

[素养小结]

(1)求集合子集、真子集的步骤



注意：要注意两个特殊的子集，$\varnothing$和自身.

(2)已知集合 A 中有 $n(n\in \mathbf{N}^*)$个元素，则有下列结论：

①A 的子集的个数为 2^n；

②A 的非空子集的个数为 2^n-1；

③A 的真子集的个数为 2^n-1；

④A 的非空真子集的个数为 2^n-2.

拓展 集合 $A=\{x \mid mx^2-2x+m=0\}$仅有两个子集，则实数 m 的取值集合为________.

◆ 探究点三　集合间关系的应用

例3 (1)已知集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{1,a^2-a+1\}$，且 $B\subseteq A$，则 $a=$______.

(2)[2025・山西大同高一期末] 已知集合 $A=\{x \mid x\leqslant -2$ 或 $x>1\}$，$B=\{x \mid ax+2\leqslant 0\}$，且 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是________.

变式 (1)[2026・河北秦皇岛高一月考] 已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{x \mid -1<x<5, x\in \mathbf{N}\}$，则满足 $A\subseteq C\subseteq B$ 的集合 C 的个数为（　）

A. 4　　　B. 7

C. 15　　　D. 8

(2)已知集合 $A=\{x \mid x^2+5x-6=0\}$，$B=\{x \mid x^2+2(m+1)x+m^2-3=0\}$. 若 $B\subseteq A$，则实数 m 的取值范围是______.

[素养小结]

(1)由集合之间的包含关系求参数的两类问题：

①若集合中的元素是一一列举出来的，则依据集合之间的关系，可转化为解方程(组)求解，此时要注意集合中元素的互异性.

②若集合中的元素有无限多个，无法一一列举(如不等式的解集)，则常借助于数轴转化为不等式(组)求解，此时要注意端点值能否取到.

(2)由集合之间的包含关系求参数的注意点：

空集是任何集合的子集，因此在解 $A\subseteq B$(或 $A\subsetneqq B$ 且 $B\neq\varnothing$)的含参数问题时，要注意讨论 $A=\varnothing$ 和 $A\neq\varnothing$ 两种情况，前者常被忽视，造成解析不完整.

课堂评价

知识评价　素养形成

1. 集合 $\{x\mid x^3=1\}$，$\{x\mid x^2=1\}$，$\{1\}$，$\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{x}=1\right\}$ 中，与其他集合不相等的集合是　(　　)

A. $\{x\mid x^3=1\}$　　B. $\{x\mid x^2=1\}$

C. $\{1\}$　　D. $\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{x}=1\right\}$

2. 下列表示错误的是　(　　)

A. $\{a\}\in\{a,b\}$

B. $\{a,b\}\subseteq\{b,a\}$

C. $\{-1,1\}\subseteq\{-1,0,1\}$

D. $\varnothing\subseteq\{-1,1\}$

3. (多选题)已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid ax-2=0\}$，$B\subseteq A$，由实数 a 组成集合 C，则下列选项中正确的是　(　　)

A. 集合 C 的非空真子集的个数是 2

B. 集合 C 的非空真子集的个数是 6

C. 集合 C 的子集的个数是 4

D. 集合 C 的子集的个数是 8

4. 已知集合 $A=[-3,4]$，$B=\{x\mid 2m-1<x<m+1\}$，且 $B\subseteq A$，则实数 m 的取值范围是________.

1.1.3　集合的基本运算

第 1 课时　集合的交集、并集

【学习目标】

1. 理解交集、并集的概念，会用文字语言、符号语言及图形语言来描述这些概念；

2. 了解交集、并集的一些简单性质，会求两个简单集合的交集与并集.

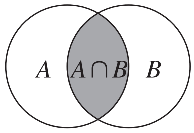
课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　集合的交集

1. 定义：一般地，给定两个集合 A，B，由既属于 A 又属于 B 的______________(即 A 和 B 的公共元素)组成的集合，称为 A 与 B 的________，记作 $A\cap B$，读作“A 交 B”.

2. 集合 A 与 B 的交集可用如图所示的阴影部分形象地表示.



3. 性质. 对于任意两个集合 A，B 都有：

(1)$A\cap B=B\cap A$；

(2)$A\cap A=A$；

(3)$A\cap\varnothing=\varnothing\cap A=\varnothing$；

(4)若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$，反之也成立.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)若集合 A 与 B 没有公共元素，则 $A\cap B=\varnothing$.　(　　)

(2)$A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$.　(　　)

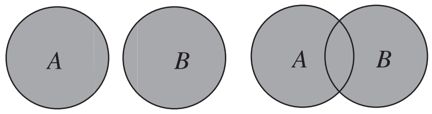
(3)$A\cap B$ 既是 A 的子集，也是 B 的子集.　(　　)

(4)已知 $A=(1,3)$，$B=(-1,2)$，则 $A\cap B=(1,2)$.　(　　)

◆ 知识点二　集合的并集

1. 定义：一般地，给定两个集合 A，B，由这两个集合的____________组成的集合，称为 A 与 B 的__________，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”.

2. 集合 A 与 B 的并集可用图(1)或(2)所示的阴影部分形象地表示.



(1)　(2)

3. 性质.对于任意两个集合 A,B 都有:

(1)$A\cup B=B\cup A$;

(2)$A\cup A=A$;

(3)$A\cup\varnothing=\varnothing\cup A=A$;

(4)若 $A\subseteq B$,则 $A\cup B=B$,反之也成立.

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)集合 $A\cup B$ 中元素的个数小于或等于集合 A 与集合 B 的元素个数之和.　(　　)

(2)$A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.　(　　)

(3)若 $A\cup B=\varnothing$,则 A,B 都是 $\varnothing$.　(　　)

(4)A,B 都是 $A\cup B$ 的子集.　(　　)

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　交集及其运算

例 1 (1)已知集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<4,x\in\mathbf{N}\}$,集合 $B=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 2\}$,则 $A\cap B=$　(　　)

A. $\{-1,0,1,2,3\}$　　B. $\{0,1,2\}$

C. $\varnothing$　　D. $\{0,2\}$

(2)已知集合 $A=\{(1,2),(2,1)\}$,$B=\{(x,y)\mid x-y=1\}$,则 $A\cap B=$　(　　)

A. $\{2,1\}$　　B. $\{(2,1)\}$

C. $\{(1,2)\}$　　D. $\{1,2\}$

变式 (1)已知集合 $A=\{0,1,4,6,7,8,10\}$,$B=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{N}\}$,则 $A\cap B$ 中元素的个数为　(　　)

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

(2)[2025·山东菏泽高一期中] 已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$,$B=\{x\mid k-1\leqslant x\leqslant k+1\}$.若 $A\cap B=\varnothing$,则实数 k 的取值范围为________.

例 2 [2025·安徽阜阳高一期中] 某花店统计了连续三天售出鲜花的种类情况:第一天售出 18 种鲜花,第二天售出 12 种鲜花,第三天售出 16 种鲜花,前两天都售出的鲜花有 3 种,后两天都售出的鲜花有 4 种.则该花店第一天售出但第二天未售出的鲜花有________种,这三天售出的鲜花最少有________种.

[素养小结]

(1)两个集合求交集,结果还是一个集合,而且是由集合 A 与 B 的公共元素组成的集合,当两个集合没有公共元素时,两个集合的交集是空集,而不能说两个集合没有交集.

(2)求两个集合交集的一般方法:①明确集合中的元素;②元素个数有限时,利用定义或维恩图求解,元素个数无限时,借助数轴求解;③当所给集合中有一个不确定时,要注意分类讨论,分类的标准取决于已知集合.

◆ 探究点二　并集及其运算

例 3 (1)已知 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 0\}$,$B=\{x\mid x<-3$ 或 $x>-1\}$,则 $A\cup B=$　(　　)

A. $(-1,0]$

B. $(-1,0)$

C. $(-\infty,-3)\cup(-1,+\infty)$

D. $(-\infty,-3)\cup(-2,+\infty)$

(2)已知集合 $A=\{0,1,2,3\}$,$B=\{x\mid 0<x<4\}$,则 $A\cup B=$　(　　)

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{x\mid 0<x<4\}$

C. $\{0,1,2,3,4\}$　　D. $\{x\mid 0\leqslant x<4\}$

变式 (1)已知集合 $A=\{-1,0,1,2,3\}$,$B=\{-1,1,3,5\}$,则 $A\cup B=$　(　　)

A. $\{-1,0,1,2,3,5\}$　　B. $\{-1,0,1,2,3\}$

C. $\{-1,1,3\}$　　D. $\{-1,0,1,3,5\}$

(2)[2026·陕西西安高一期中] 设集合 $M=\{1,2\}$,$N=\{2,3,4\}$,$T=\{1,3,5\}$,则 $(M\cup N)\cap T=$　(　　)

A. $\{1,3\}$　　B. $\{3,5\}$

C. $\{1,2,3,4,5\}$　　D. $\varnothing$

[素养小结]

求集合并集的方法:

(1)两个集合用列举法表示:①依定义,直接观察求并集;②借助维恩图写并集.

(2)两个集合用描述法表示:①直接观察,写出并集;②借助数轴,求出并集.

(3)一个集合用描述法表示,另一个用列举法表示:①直接观察,找出并集;②借助图形,观察写出并集.

注意:若两个集合中有相同元素,在求其并集时只能算作一个元素.

拓展 (1)已知集合 $A=\{1,a\}$,$B=\{2,3,4\}$,且 $A\cup B=\{1,2,3,4\}$,则实数 a 的可能取值构成的集合是 ( )

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{2,3,4\}$

C. $\{2\}$　　D. $\{3\}$

(2)设集合 $S=\{x\mid x<-1$ 或 $x>5\}$,$T=\{x\mid a<x<a+8\}$,若 $S\cup T=\mathbf{R}$,则实数 a 的取值范围是________.

◆ 探究点三　并集、交集的性质

例4 (1)(多选题)已知集合 $A=\{x\mid x^2-8x+15=0\}$,$B=\{x\mid ax+1=0\}$,若 $A\cap B=B$,则实数 a 的值可能为 ( )

A. $-\frac{1}{5}$　　B. 0

C. 3　　D. $-\frac{1}{3}$

(2)已知集合 $A=\{x\mid -3<x\leqslant 4\}$,集合 $B=\{x\mid k+1\leqslant x\leqslant 2k-1\}$,且 $A\cup B=A$,则实数 k 的取值范围是__________.

(3)已知集合 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-7=0\}$,$B=\{x\mid x^2-x-6=0\}$,若 $A\cap B=A\cup B$,则 $a=$________.

变式 [2025·山东菏泽高一期中] 已知集合 $A=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 1\}$,$B=\{x\mid m-2\leqslant x\leqslant 2m+1\}$.

(1)若 $A\cup B=A$,求实数 m 的取值范围;

(2)若 $A\cap B=\varnothing$,求实数 m 的取值范围.

[素养小结]

(1)在利用交集、并集的性质解题时,常常会遇到 $A\cap B=A$,$A\cup B=B$ 这类问题,解答时常借助于交、并集的定义以及集合间的关系去分析,如由 $A\cap B=A$ 得 $A\subseteq B$,由 $A\cup B=B$ 得 $A\subseteq B$ 等.

(2)当集合 $B\subseteq A$ 时,若集合 A 是一个确定的集合,而集合 B 不确定,则运算时要考虑 $B=\varnothing$ 的情况,切不可漏掉.

拓展 已知集合 $A=\left\{5,\frac{b}{a},a-b\right\}$,$B=\{b,a+b,-1\}$,若 $A\cap B=\{2,-1\}$,则 $A\cup B=$ ( )

A. $\{2,3\}$　　B. $\{-1,2,5\}$

C. $\{2,3,5\}$　　D. $\{-1,2,3,5\}$

课堂评价

知识评价　素养形成

1. 已知集合 $M=\{-1,1,3,5\}$,$N=\{-3,5\}$,则下列结论成立的是 ( )

A. $M\cap N=\{5\}$

B. $N\subseteq M$

C. $M\cup N=M$

D. $M\cap N=N$

2. 满足条件 $M\cup\{1,0\}=\{-1,0,1\}$ 的集合 M 的个数是 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

3. [2025·重庆渝北区高一期中] 若集合 $A=\{1,2,3,4,5,7\}$,$B=\{x\mid x-1\in A\}$,则 $A\cap B=$ ( )

A. $\{1,2,3,4,5\}$

B. $\{2,3,4,5\}$

C. $\{1,2,3,4\}$

D. $\{0,1,2,3,4,6\}$

4. 已知集合 $A=\{0,1,2,x\}$,$B=\{1,x^2\}$,若 $A\cup B=A$,则满足条件的实数 x 有 ( )

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

5. [2026·上海徐汇区高一期中] 满足条件 $M\cup\{1,2\}=\{1,2,3,\cdots,2026\}$ 的集合 M 的个数为________.

第 2 课时　集合的全集、补集

【学习目标】

1. 在具体情境中了解全集的含义；
2. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，能借助维恩图求给定子集的补集.

课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　全集

1. 定义：在研究集合与集合之间的关系时，如果所要研究的集合都是某一给定集合的________，那么称这个给定的集合为全集.

2. 记法：全集通常记作________.

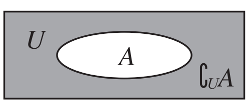
【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)整数集可以作为全集.　(　　)

(2)为了研究集合 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{1,3,5\}$之间的关系，要从中选一个集合作为全集，这个集合是 A.　(　　)

(3)数集问题的全集一定是 $\mathbf{R}$.　(　　)

◆ 知识点二　补集

文字语言	如果集合 A 是全集 U 的一个子集，则由 U 中______________的所有元素组成的集合，称为 A 在 U 中的补集，记作________，读作"A 在 U 中的补集"
符号语言	$\complement_U A=$______________
图形语言	

◆ 知识点三　补集运算的性质

给定全集 U 及其任意一个子集 A，补集运算具有如下性质：

(1)$A\cup(\complement_U A)=U$；

(2)$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$；

(3)$\complement_U(\complement_U A)=A$.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)$\complement_U U=\varnothing$，$\complement_U\varnothing=U$，$\complement_U(\complement_U A)=A$.　(　　)

(2)若 $A\subseteq B\subseteq U$，则 $\complement_U A\supseteq\complement_U B$.　(　　)

(3)若 U 为全集，$x\in U$，则 $x\in A$ 或 $x\in\complement_U A$.　(　　)

(4)集合 $\complement_{\mathbf{R}}A=\complement_{\mathbf{Q}}A$ 可能成立.　(　　)

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　补集的简单运算

例 1　(1)[2025·河北石家庄高一期末] 已知全集 $U=\{x\mid x>0\}$，集合 $A=\{x\mid 1\leqslant x<2\}$，则 $\complement_U A=$　(　　)

A. $\{x\mid x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 2\}$

B. $\{x\mid 0<x<1$ 或 $x\geqslant 2\}$

C. $\{x\mid x<-1$ 或 $x>2\}$

D. $\{x\mid 0<x<1$ 或 $x>2\}$

(2)已知全集 $U=\{x\mid x>0\}$，$\complement_U A=\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$，则 $A=$______________.

变式　(1)已知全集 $U=\{x\in\mathbf{N}\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，集合 A 满足 $\complement_U A=\{0,1\}$，则 $A=$　(　　)

A. $\{0,1\}$　　B. $\{2,3\}$

C. $\{-1,2,3\}$　　D. $\{1,2,3\}$

(2)已知全集为 U，集合 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$\complement_U A=\{2,4,6,8\}$，$\complement_U B=\{1,4,6,8,9\}$，则集合 $B=$________.

[素养小结]

求补集的一般方法：如果全集及其子集是用列举法表示的，那么可根据补集的定义求解；如果较为复杂，那么可借助于维恩图求解；如果全集及其子集是用不等式表示的，那么常借助于数轴求解.

◆ 探究点二　交集、并集、补集的综合运算

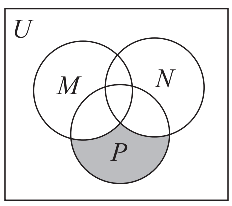
例 2　(1)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{1,3,6\}$，那么集合$\{2,7\}$是　(　　)

A. $A\cup B$　　B. $A\cap B$

C. $\complement_U(A\cap B)$　　D. $\complement_U(A\cup B)$

(2)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid -4\leqslant x<2\}$,$B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$,$P=\left\{x\,\middle|\,x\leqslant 0 \text{ 或 } x\geqslant \dfrac{5}{2}\right\}$,求 $A\cap B$,$(\complement_U B)\cup P$,$(A\cap B)\cap(\complement_U P)$.

变式 (1)(多选题)如图所示的阴影部分表示的集合是 ( )



A. $M\cap(N\cap P)$

B. $(\complement_U M)\cap(N\cap P)$

C. $P\cap[\complement_U(M\cup N)]$

D. $P\cap(\complement_U M)\cap(\complement_U N)$

(2)已知全集为 $\mathbf{R}$,集合 $M=\{x\mid -3<x<3\}$,$N=\{x\mid x\geqslant a\}$,且 $M\subseteq \complement_{\mathbf{R}} N$,则 a 的取值范围为________.

[素养小结]

(1)解决与不等式有关的集合问题时,借助数轴表示集合可以使问题变得形象直观,要注意求解时端点的值是否能取到.

(2)解决集合的混合运算时,一般先运算括号内的部分,如求 $(\complement_U A)\cap B$ 时,应先求出 $\complement_U A$,再求交集;求 $\complement_U(A\cap B)$时,应先求出 $A\cap B$,再求补集.

例 3 (1)已知集合 $P=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 10\}$,$Q=\{x\mid 1-m\leqslant x\leqslant 1+m\}$.若 $Q\cap(\complement_{\mathbf{R}} P)=\varnothing$,则实数 m 的取值范围为 ( )

A. $m\leqslant 3$　　B. $m\geqslant 9$

C. $m\leqslant 3$ 或 $m\geqslant 9$　　D. $3\leqslant m\leqslant 9$

(2)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{2-a\leqslant x\leqslant 2+a\}$,$B=\{x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 4\}$.若 $a>0$,$A\cap(\complement_U B)=A$,则实数 a 的取值范围为________.

变式 (1)已知集合 $A=\{x\mid x\geqslant -1\}$,$B=\{x\mid x\geqslant 3a+5\}$,若 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}} B)=\varnothing$,则实数 a 的取值范围是________.

(2)(多选题)[2025·江苏南京高一期中]已知全集 $U=\{x\mid x<10,x\in\mathbf{N}\}$,$A\subseteq U$,$B\subseteq U$,$A\cap(\complement_U B)=\{1,9\}$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{4,6,7\}$,$A\cap B=\{3\}$,则下列说法正确的是 ( )

A. $8\in B$

B. A 的子集的个数为 8

C. $\{9\}\subseteq A$

D. $6\notin \complement_U(A\cup B)$

[素养小结]

解答有关补集问题的关键在于合理使用补集运算的性质,必要时对含有参数的集合进行分类讨论,转化为与之等价的不等式(组)求解.不等式中的等号在补集中能否取到,要引起重视,注意检验.

课堂评价

知识评价　素养形成

1. [2025·广东东莞高一期中]已知全集 $U=\{-1,0,1,2,3\}$,集合 $A=\{x\mid -1<x<3,x\in\mathbf{N}\}$,则 $\complement_U A=$ ( )

A. $\{-1,3\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{-1,0,3\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid 1<x<5\}$,集合 $B=\{x\mid x<2$ 或 $x>8\}$,则 $A\cap(\complement_U B)=$ ( )

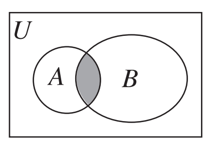
A. $\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$

B. $\{x\mid 2<x<5\}$

C. $\{x\mid 2\leqslant x<5\}$

D. $\{x\mid 5\leqslant x<8\}$

3. (多选题)[2025·福建福州高一期末]图中阴影部分表示的集合可能是 ( )



A. $A\cap B$　　B. $\complement_A(A\cap(\complement_U B))$

C. $\complement_U(A\cap B)$　　D. $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$

4. 已知全集为 $\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid 2<x<6\}$,$B=\{x\mid a-4\leqslant x\leqslant a+4\}$,且 $A\subseteq \complement_{\mathbf{R}} B$,则实数 a 的取值范围是____________.

1.2　常用逻辑用语

1.2.1　命题与量词

【学习目标】

1. 掌握命题的概念，能对命题进行真假判断；
2. 通过已知的数学实例，理解全称量词与存在量词的意义；
3. 会判断哪些是全称量词命题，哪些是存在量词命题.

课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　命题

1. 定义：可供真假判断的__________就是命题，判断为真的语句称为________，判断为假的语句称为________.

2. 记法：命题可以用__________表示，如若记 $p:A\subseteq(A\cup B)$，则可知 p 是一个真命题.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)"明天要下雨"是一个命题.　(　　)

(2)"$2^2=4$"是一个真命题.　(　　)

(3)"数学比英语难学"是一个命题.　(　　)

◆ 知识点二　全称量词

1. 全称量词

一般地，"______""______""________"在陈述中表示所述事物的全体，称为全称量词，用符号"______"表示.

2. 全称量词命题

含有全称量词的命题，称为____________.

全称量词命题就是形如"对集合 M 中的所有元素 x，$r(x)$"的命题，可简记为____________.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)"至少有一个三角形的内角和为 180°"是全称量词命题.　(　　)

(2)"负数没有倒数"是全称量词命题.　(　　)

(3)"三角形内角和等于 180°"是全称量词命题.　(　　)

(4)"对于任意实数 x，$2x+1$ 是奇数"是全称量词命题.　(　　)

◆ 知识点三　存在量词

1. 存在量词

"存在""有""至少有一个"在陈述中表示所述事物的个体或部分，称为存在量词，用符号"______"表示.

2. 存在量词命题

含有存在量词的命题，称为____________.

存在量词命题就是形如"存在集合 M 中的元素 x，$s(x)$"的命题，可简记为____________.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)"存在实数 x，使得 $|x|\leqslant 0$" 是存在量词命题.　(　　)

(2)"在一个平面内，存在两条相交直线垂直于同一条直线"不是存在量词命题.　(　　)

(3)"有些整数只有两个正因数"是存在量词命题.　(　　)

(4)"至少有一个偶数是质数"是存在量词命题且是真命题.　(　　)

(5)命题"$\forall x\in \mathbf{R}$，$\exists y\in \mathbf{R}$，$y=3x-4$"的书写是正确的.　(　　)

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　命题及其真假的判断

例 1 (1)下列语句中，命题的个数为　(　　)

①中国航天人真伟大！②空集是任何集合的真子集；③$3x-2>0$；④把门关上；⑤自然数是偶数；⑥矩形是平行四边形吗？

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

(2)(多选题)下列命题是真命题的有 (　　)

A. $\sqrt{2}$是无理数

B. 若 $x>2$,则 $x>5$

C. 方程 $2x^2+1=0$ 有实数根

D. 集合 A 是集合 $A\cup B$ 的子集

[素养小结]

(1)判断一个语句是不是命题,关键看它是否同时具备"是陈述句"和"可以判断真假"这两个条件.祈使句、感叹句、疑问句等都不是命题.

(2)判断命题真假的方法:

①要判断一个命题是真命题,一般要有严格的证明或有事实依据,比如根据已学过的定义、公理、定理证明或根据已知的正确结论推证;

②要判断一个命题是假命题,只需举出一个反例即可.

◆ 探究点二　全称量词命题和存在量词命题的判定

例 2 将下列命题用量词符号"∀"或"∃"表示.

(1)自然数的平方大于零;

(2)方程 $ax^2+2x+1=0(a<1)$ 至少存在一个负根;

(3)两个无理数的和是无理数;

(4)存在两个相似三角形不全等.

变式 判断下列语句是全称量词命题还是存在量词命题.

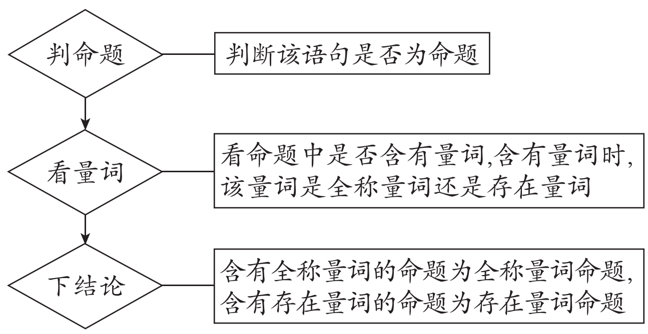
(1)凸多边形的外角和等于 360°;

(2)有的三角形没有中线;

(3)若一个四边形是菱形,则这个四边形的对角线互相垂直.

[素养小结]

(1)判断一个语句是全称量词命题还是存在量词命题的步骤:



(2)全称量词命题或存在量词命题的不同表述方法:

命题	全称量词命题"$\forall x\in A,p(x)$"	存在量词命题"$\exists x\in A,p(x)$"
表述方法	①所有的 $x\in A$,$p(x)$成立; ②对一切 $x\in A$,$p(x)$成立; ③对每一个 $x\in A$,$p(x)$成立; ④任意一个 $x\in A$,$p(x)$成立; ⑤凡 $x\in A$,都有 $p(x)$成立	①存在 $x\in A$,使得 $p(x)$成立; ②至少有一个 $x\in A$,使得 $p(x)$成立; ③对有些 $x\in A$,$p(x)$成立; ④对某个 $x\in A$,$p(x)$成立; ⑤有一个 $x\in A$,使得 $p(x)$成立

◆ **探究点三　全称量词命题和存在量词命题的真假判断**

例 3 (1)下列命题中,既是真命题又是全称量词命题的是　(　　)

A. 对于 $a,b\in\mathbf{R}$,有 $a^2+b^2-2a-2b+2<0$

B. 梯形的两条对角线相等

C. 有小于 1 的自然数

D. 对于任意 $k\in\mathbf{R}$,函数 $y=kx+1$ 的图象过定点(0,1)

(2)(多选题)下列命题中为真命题的是　(　　)

A. $\forall x\in\mathbf{R}, x^2+2>0$

B. $\forall x\in\mathbf{N}, x^4\geqslant 1$

C. $\exists x\in\mathbf{Q}, x^2=3$

D. $\exists x\in\mathbf{Z}, x^3<1$

变式 (1)[2025·辽宁鞍山高一期中] 下列命题中为真命题的是　(　　)

A. $\exists x\in\mathbf{R}, x^2+1<0$

B. $\forall x\in\mathbf{R}, x+|x|>0$

C. $\forall x\in\mathbf{Z}, |x|\in\mathbf{N}$

D. $\exists x\in\mathbf{R}, x^2-7x+15=0$

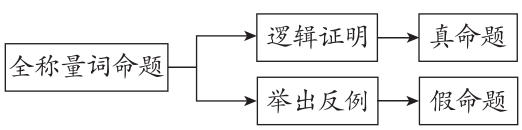
(2)[2026·重庆万州区高一期中] 已知命题 p:$\exists x,y\in\mathbf{Z}, 4x+2y=15$;命题 q:$\forall m\in\mathbf{N}$, $\sqrt{m^2+1}\notin\mathbf{N}$.则下列关于 p,q 真假的叙述正确的是　(　　)

A. p,q 均为真　　B. p,q 均为假

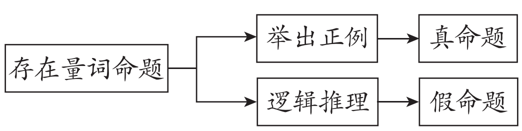
C. p 真,q 假　　D. p 假,q 真

[素养小结]

(1)全称量词命题的真假判断:



(2)存在量词命题的真假判断:



◆ **探究点四　利用全称量词命题与存在量词命题的真假求参数的取值范围**

例 4 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 5\}$,$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$.

(1)若 p:$\forall x\in B, x\in A$ 是真命题,求实数 m 的取值范围;

(2)若 q:$\exists x\in A, x\in B$ 是真命题,求实数 m 的取值范围.

变式 (1)已知 $\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}, m>x$,$\exists x\in\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}, n>x$,那么 m,n 的取值范围分别是　(　　)

A. $\{m|m>0\},\{n|n>0\}$

B. $\{m|m>0\},\{n|n>2\}$

C. $\{m|m>2\},\{n|n>0\}$

D. $\{m|m>2\},\{n|n>2\}$

(2)若"$\exists x\in\mathbf{R}, x^2+2x-1+m=0$"是真命题,则实数 m 的最大值是________.

[素养小结]

(1)全称量词命题的常见题型是"恒成立"问题,常见解题方法:一是结合函数性质,利用数形结合求解;二是利用分离参数法求解.

(2)存在量词命题的常见题型是"存在性"问题,解题过程中要注意与"恒成立"问题进行区别.

课堂评价

知识评价　素养形成

1. 下列语句是命题的是　(　　)

①三角形的内角和等于 180°;②$2>3$;③一个数不是正数就是负数;④$2x>1$;⑤3 是偶数吗?

A. ①②③　　B. ①③④

C. ①②⑤　　D. ②③⑤

2. 给出下列四个命题:

①至少有一个 x,使 $x^2+2x+1=0$ 成立;

②对任意的 x,都有 $x^2+2x+1=0$ 成立;

③对任意的 x,都有 $x^2+2x+1=0$ 不成立;

④存在 x,使 $x^2+2x+1=0$ 成立.

其中是全称量词命题的个数为　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 0

3. 下列命题中是真命题的个数是 ( )

①$\exists x\in \mathbf{R}, x\leqslant 0$；

②至少有一个整数,它既不是合数也不是质数；

③$\exists x\in\{x|x$ 是无理数$\}$,x^2 是无理数.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 已知 $A=\{x|x$ 满足 $\alpha\}$,$B=\{x|x$ 满足 $\beta\}$,$A\subseteq B$,$A\neq\varnothing$,则命题"若 α,则 β"是________命题.(填"真"或"假")

5. 若"$\exists x\in\mathbf{R}, x^2-2x+a=0$"是真命题,则实数 a 的取值范围是________.

1.2.2 全称量词命题与存在量词命题的否定

【学习目标】

1. 能正确使用存在量词对全称量词命题进行否定,并会判断真假；
2. 能正确使用全称量词对存在量词命题进行否定,并会判断真假.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　命题的否定

一般地,对命题 p 加以否定,就得到一个新的命题,记作"$\neg p$",读作"非 p"或"p 的否定".

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)命题 $\neg p$ 的否定是 p. ( )

(2)命题 p 是真命题,则其否定一定是假命题. ( )

(3)命题 p:若 $x>1$,则 $x^2>1$ 的否定 $\neg p$ 是真命题. ( )

◆ 知识点二　含有量词的命题的否定

含有量词的命题	p	$\neg p$	结论
全称量词命题	$\forall x\in M$, $p(x)$	$\exists x\in M$, $\neg p(x)$	全称量词命题的否定是________
存在量词命题	$\exists x\in M$, $p(x)$	$\forall x\in M$, $\neg p(x)$	存在量词命题的否定是________

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)"存在一个质数不是奇数"的否定是"所有质数都是奇数". ( )

(2)"$\forall x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1\leqslant 0$"的否定是"$\exists x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1>0$". ( )

(3)"所有的矩形都是平行四边形"的否定是"所有的矩形都不是平行四边形". ( )

(4)"$\exists x\in M, p(x)$"与"$\forall x\in M, \neg p(x)$"的真假性相反. ( )

课中探究　考点探究　素养小结

◆ 探究点一　命题的否定及真假的判断

例 1 写出下列命题的否定,并判断所得命题的真假.

(1)p:$4>2$;(2)q:方程 $x^2+2x-4=0$ 有实数根；

(3)r:正方形都是菱形.

变式 写出下列命题的否定,并判断所得命题的真假.

(1)p:空集是集合 A 的子集；

(2)q:若 $xy=0$,则 x 与 y 中至少有一个为 0；

(3)s:平行四边形的对角线互相平分.

[素养小结]

$\neg p$ 是对命题 p 的全盘否定,对一些词语的正确否定是写 $\neg p$ 的关键,如"都"的否定是"不都","至多两个"的否定是"至少三个"等.